donc $\Omega O = \Omega B = \Omega A$ donc Ω est le centre du cercle circonscrit au triangle OAB.

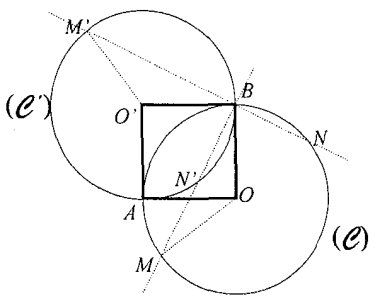
3°/ on a : $r(A') = B'$ donc $(\overrightarrow{\Omega A'}, \overrightarrow{\Omega B'}) \equiv (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BO})\ (2\pi)$

or $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BO}) \equiv (\overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{B'O})\ (2\pi) \equiv (\overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{OB'}) + \pi\ (2\pi)$

d'où $(\overrightarrow{\Omega A'}, \overrightarrow{\Omega B'}) \equiv (\overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{OB'}) + \pi\ (2\pi)$

et par suite $(\overrightarrow{\Omega A'}, \overrightarrow{\Omega B'}) \equiv (\overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{OB'})\ (\pi)$ et comme $(\overrightarrow{\Omega A'}, \overrightarrow{\Omega B'}) \not\equiv 0\ (\pi)$ alors les quatres points : O, A', B' et Ω sont cocycliques.

Solution 11 :



1°/ On a : $OM = O'M'$ donc il existe un unique déplacement r tel que $r(O) = O'$ et $r(M) = M'$ et comme $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{O'M'}) \equiv -\frac{\pi}{2}\ (2\pi)$ donc r est une rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

Soit Ω le centre de r. $r(O) = O' \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega O = \Omega O' \\ (\overrightarrow{\Omega O}, \overrightarrow{\Omega O'}) \equiv -\frac{\pi}{2}\ (2\pi) \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ le triangle $\Omega OO'$ est un triangle rectangle isocèle rectangle en Ω et de sens indirect.